Traj*Ethos*, *3*(1), 29-43, 2014.
Submitted: 17/04/14; Revised: 10/07/14; Published: 03/08/14.
ISSN 2291-9805

Objets déterminés par des opérateurs

Jean-Pierre Desclés – Université de Paris-Sorbonne

Abstract

To determinate objects by operators Operator (or functor) must be distinguished from operation, a function that depends of two given sets (a domain and a co-domain). A lot of studies in logics, philosophy, and linguistics (for instance Categorial Grammars) have used the Church's functional types. Logical studies are not reduced to the First Order Logics (or classical logics). Curry's typed Combinatory Logics with functional types is an applicative framework where abstract operators (combinators) are used to compose and to transform any operators. In this formal framework, it is possible to build a Logics of Objects to define a typical object, associated to a given property, and, by means of different determination operators applied to this typical object, to generate more and less determinate objects of the expansion ("étendue") and full determinate objects of the extension of this property. It becomes useful to compare the research programs of Grize's natural logics and enunciative and predicative operators in natural languages.

Keywords

Operators, Objects, Typical objects associated to a property, Determination, Natural Logic, Enunciation and predication operators.

Résumé

La notion d'opérateur doit être distinguée de celle d'opération, une fonction qui dépend de la donnée de deux ensembles (un domaine et un co-domaine). Beaucoup d'études logiques, philosophiques et logiques (par exemple les Grammaires Catégorielles) font appel, au moins implicitement, à la théorie des types fonctionnels de Church. Comme le cadre général de la logique n'est pas réductible à la logique classique (ou Logique du Premier Ordre), la logique Combinatoire de Curry avec des types fonctionnels détermine un cadre formel où des opérateurs quelconques sont transformables et composables entre eux par des opérateurs abstraits, appelés combinateurs. Dans ce cadre logique, il est possible de construire une Logique de Détermination des Objets (LDO) pour y définir l'objet typique d'une propriété, tel que des opérateurs de détermination appliqués à cet objet typique engendrent des objets, plus ou moins déterminés, de l'étendue et des objets complètement déterminés de l'extension de cette propriété. On peut alors entreprendre une comparaison fructueuse entre les programmes de recherche de la logique naturelle de Grize et la théorie des opérateurs énonciatifs et prédicatifs des langues.

Mots-clés

Opérateur, objets, objet typique d'une propriété, détermination, logique naturelle, opérateurs énonciatifs et prédicatifs.

INTRODUCTION

Jean-Blaise Grize a posé les principes d'une « logique naturelle », comprise comme « l'étude des opérations de pensée exprimées au travers des discours », et développée avec ses nombreux collaborateurs (1984). Il expose clairement, dans un article (1992), quelques problèmes et questions portant sur les relations entre la théorie de l'énonciation d'Antoine Culioli (1990; 1992; 1999; 2002; 2005; Culioli et al., 1981) et la logique naturelle. Travaillant à une formalisation des opérations énonciatives et prédicatives, m'interrogeant sur les principes épistémologiques qui ont déterminé la logique classique (logique de Frege, Peano, Russell), je voudrais montrer comment la logique naturelle et la logique des opérations énonciatives contribuent à cerner l'activité de langage mise en œuvre dans la production et la compréhension des discours, au travers d'échanges dialogiques, en poursuivant une étude déjà présentée dans un article d'un ouvrage collectif consacré aux opérations de détermination (Desclés, 1999).

TYPES FONCTIONNELS DE CHURCH

Il est intéressant de remarquer que plusieurs approches indépendantes, en philosophie, en logique et en linguistique (Husserl, Lesniewski, Ajdukiewicz, Curry, Bar-Hillel, Montague, Shaumyan, Harris, Grize, Miéville, Biskri et Desclés…)[1], ont abouti, avec parfois des variations notationnelles, à une même idée théorique, ce qui tendrait à en souligner l'importance et la fécondité de cette idée commune. En effet, les différentes approches sémantiques et syntaxiques des catégories des auteurs mentionnés font explicitement (ou implicitement) appel au même système abstrait des types fonctionnels de Church (et de Curry)[2], défini par les règles suivantes :

(i) On se donne un ensemble fini de types de base ; ces types de base sont des types fonctionnels ;
(ii) Si 'α' et 'β' sont des types fonctionnels, alors '$\mathbf{F}\alpha\beta$' est un type fonctionnel.

Le symbole '$\mathbf{F}\alpha\beta$' désigne le type de tous les opérateurs 'f' qui s'appliquent sur des opérandes 'x' de type 'α' pour construire des résultats 'fx', de type 'β'. Ce schème applicatif est directement interprétable dans le cadre ensembliste en associant au type '$\mathbf{F}\alpha\beta$' l'ensemble 'Ens (E_α,E_β)' de toutes des fonctions (instances du type) d'un domaine d'interprétation 'E_α' dans un co-domaine 'E_β. Un opérateur binaire (comme l'opérateur '+', par exemple) se voit assigner le type '$\mathbf{F}\alpha\mathbf{F}\alpha\alpha$' (où '$\alpha$' est le type, par exemple, des entiers ou des nombres complexes). La relation entre types, appelé principe de curryfication (Desclés, 1990, pp. 134-138)

$$[\ \mathbf{F}^{\mathbf{2}}\,\alpha_1 \times \alpha_2\ \beta\ =_{def}\ \mathbf{F}\alpha_1\ \mathbf{F}\alpha_2\ \beta\ ]$$

exprime l'isomorphisme (spécifique à la théorie des ensembles) entre l'ensemble des fonctions du produit cartésien '$E_\alpha^1 \times E_\alpha^2$' dans '$E_\beta$' d'une part, et l'ensemble des fonctions de 'E_α^1' dans l'ensemble des fonctions de 'E_α^2' dans 'E_β' d'autre part, c'est-à-dire :

$$\mathrm{Ens}\,(E_\alpha^1 \times E_\alpha^2, E_\beta) \;\cong\; \mathrm{Ens}\,(E_\alpha^1, \mathrm{Ens}\,(E_\alpha^2, E_\beta))$$

Par ailleurs, Curry (1958, pp. 313-315) a remarqué que le système des types fonctionnels, structuré par le constructeur '**F**', était isomorphe au système des propositions structuré par le connecteur d'implication '⊃' : au type fonctionnel '**F**αβ' correspond la proposition 'p ⊃ q' (ou, avec une notation préfixée : '⊃ pq') ; cette correspondance « type-proposition » constitue ce que l'on appelle maintenant « isomorphisme de Curry-Howard ». Il en résulte que les démonstrations de décidabilité démontrées sur les propositions sont alors immédiatement transposées dans le système des types fonctionnels.

OPÉRATIONS ET OPÉRATEURS

Avant d'entreprendre la comparaison entre d'un côté, logique naturelle et d'un autre côté, les opérations et catégorisations opérées par les langues naturelles, il nous paraît souhaitable de clarifier la distinction opérateur/opération (Desclés, 1981b; 2009). Les mathématiques utilisent le vocable d'opérateur dans différents secteurs (opérateurs de différenciation et d'intégration, opérateurs fonctionnels…) sans toutefois avoir clairement thématisé cette distinction. Quant à la linguistique, elle utilise souvent le terme d'opérateur sans qu'aucune définition n'en ait été donnée. Une opération est une fonction qui associe, à chaque élément (un argument de la fonction) d'un domaine (éventuellement un produit cartésien d'ensembles), un unique élément d'un co-domaine (l'image de l'argument choisi), en établissant ainsi une corrélation étroite entre tous les éléments du domaine et les éléments correspondants d'un co-domaine. Ainsi définie, la fonction est étroitement dépendante du choix préalable d'un domaine et d'un co-domaine. La notation 'y = f(x)' (par exemple '$y = x^2$'), est souvent utilisée pour exprimer une fonction. Cette notation est ambiguë puisqu'elle ne distingue pas d'un côté, la valeur (indéterminée) 'f(x)' de la fonction pour l'argument variable 'x' et d'un autre côté, la fonction « pensée en soi ». Si la notation 'x /-> f(x)' a été introduite dans les manuels pour désigner la fonction elle-même, c'est cependant la λ-notation 'λx. f(x)' de Church qui thématise cette nécessaire distinction en permettant un calcul sur des fonctions (avec divers modes de compositions et de transformations), appelé « λ-calcul », structuré par l'application (notée provisoirement '@') d'un opérateur à un opérande pour la construction d'un résultat. La λ-notation 'λx. f(x)' (par exemple : '$\lambda x.\ x^2$') désigne un opérateur (« prendre le carré de ») construit à partir de l'expression indéterminée 'f(x)', à la suite d'une abstraction de la variable 'x', devenue muette, le nom choisi pour la désigner étant devenu non pertinent. L'opérateur 'λx. f(x)', appliqué à un opérande 'a', construit un résultat calculé en substituant l'opérande 'a' à toutes les occurrences, liées par l'abstracteur 'λx', de 'x' dans l'expression 'f(x)', d'où la relation (appelée techniquement une β-réduction) entre l'opération à effectuer et son résultat :

$$(\lambda x.\ f(x)) \ @\ a \ \Rightarrow_\beta\ f(a)$$

Prenons, par exemple, l'opérateur «prendre le carré de », exprimé par '$\lambda x.\ x*x$'; son application à l'opérande '3' engendre la β-réduction :

$$(\lambda x.\ x*x) @ 3 \;\; =>_\beta \;\; 3*3 \; = \; 9$$

La λ-notation permet de distinguer d'une part, la fonction pensée comme un opérateur de transformation, exprimé par '$\lambda x.\ f(x)$', et d'autre part, la valeur '$f(x)$' pour un argument indéterminé 'x' :

$$(\lambda x.\ f(x)) @ x \;\; =>_\beta \;\; f(x)$$

Plus généralement, un opérateur est un processus opératoire de construction d'un résultat déterminé par transformation d'opérandes. L'opérateur reste indépendant des interprétations et propriétés des domaines et co-domaines. Lorsque domaine et co-domaine sont précisés, l'application d'un opérateur engendre une opération qui en devient l'une des interprétations sémantiques. Nous allons en voir, dans un instant, un exemple. Un opérateur peut s'appliquer à d'autres opérateurs, y compris à lui-même (ce qui n'est pas le cas d'une fonction appréhendée, dans le cadre ensembliste, par son graphe). On peut, par exemple, appliquer l'opérateur « prendre la carré de » à lui-même, ce qui revient à écrire la relation :

$$(\lambda x.\ x^2) @ (\lambda y\ .y^2) \;\; =>_b \;\; (\lambda y.\ y^2)^2.$$

Pour simplifier les notations, nous allons désormais noter l'application d'un opérateur 'f' à un opérande 'x' par la simple concaténation 'fx' (présentée aussi par 'f(x)'), d'où : ' $fx = f(x) =_{def} f @ x$'. L'action d'un opérateur peut être directement spécifiée par des règles de transformation, sans faire usage des λ-notations. Prenons pour exemple l'opérateur désigné par '**W**' ; son action sur un opérateur binaire 'f' quelconque (applicable à deux opérandes) est entièrement spécifiée par les deux règles suivantes (l'une d'élimination, l'autre d'introduction de '**W**') :

(**W**f°) x	(fx)x
---------- [élimination de **W**]	---------- [introduction de **W**]
(fx)x	(**W**f) x

L'élimination de '**W**' a pour effet opératoire de dupliquer l'opérande d'un opérateur binaire quelconque; son introduction n'est possible que lorsque l'opérateur transformé est appliquée initialement à deux occurrences successives d'un même opérande. Remarquons qu'un opérateur comme '**W**' peut être appliqué à lui-même, d'où la succession des β-réductions :

$$\mathbf{(WW)W} \;\; =>_\beta \;\; \mathbf{(WW)W} \;\; =>_\beta \;\; \mathbf{(WW)W}$$

Prenons un second exemple avec l'opérateur, désigné par '**C**' ; son action opératoire est spécifiée par les deux règles qui traduisent la permutation des deux opérandes d'un opérateur binaire quelconque :

(**C**f°) xy	(fy)x
----------- [élimination de **C**]	------------ [introduction de **C**]
(fy)x	(**C**f) xy

L'opérateur conceptualisé comme un processus opératoire indépendant des domaines sur lesquels il est susceptible d'opérer, est plus abstrait que les opérations (ou fonctions) qui en sont les interprétations (on pourrait dire incarnation) dans des domaines sémantiques précis. L'opérateur binaire de somme, noté '+', engendre des additions entre nombres entiers, nombres réels, nombres complexes, vecteurs, matrices, fonctions numériques à valeurs dans les réels… Chacune des ces opérations ne sont pas exécutées, selon les domaines, au moyen des mêmes manipulations formelles (et par les mêmes opérations matérielles d'un ordinateur qui les exécute). Cependant, pour tous ces domaines, l'opérateur '+' a la propriété de commutativité, ce que l'on exprime, d'une façon intrinsèque, sans faire référence aux domaines précis des additions et donc sans introduire nécessairement des variables astreintes à parcourir chacun de ces domaines. Pour l'expression intrinsèque de la commutativité de '+', nous utilisons l'opérateur '**C**'. Dire que l'opérateur '+' est commutatif, c'est affirmer la relation (d'identification) entre les deux opérateurs '+' et '**C**+', d'où :

[**C**+ = +]

Cette identification signifie que '+' peut être remplacé par '**C**+' ; en éliminant l'opérateur '**C**', la permutation des opérandes est réalisée :

$$+ \; y \; x \; = \; (\mathbf{C}+) \; y \; x \; \Rightarrow_{\beta} \; + \; x \; y$$

Dans chacun des domaines, l'opérateur '+' devient une opération définie sur ces domaines ; la commutativité doit alors être exprimée au moyen d'une quantification universelle qui lie les variables astreintes à parcourir ces domaines.

OBJETS ET OPÉRATEURS

Revenons à l'opposition entre objets et opérateurs. Les objets sont des opérandes absolus qui ne fonctionnent jamais comme des opérateurs. Appliqué à un opérande, un opérateur construit une entité qui est, selon les contextes, soit un opérande absolu (dit alors opérateur zéro-aire), soit un opérateur, ce dernier pouvant opérer sur des opérandes ou être lui-même opérande d'autres opérateurs. Les systèmes composés d'opérandes et d'opérateurs constituent, avec l'opération d'application, un système applicatif (Desclés, 1993, pp. 53-73).

LOGIQUE DU PREMIER ORDRE (LPO)

La logique classique constituée depuis Frege, Peano et Russell est une Logique du Premier Ordre (désormais LPO) focalisée sur seulement certaines opérations : connexion entre propositions (engendrées par les connecteurs booléens entre propositions) ; négation d'une proposition et modalités épistémiques et déontiques ; prédication (application d'un opérateur prédicatif, ou prédicat, à un ou plusieurs arguments) ; quantification. Pour une étude sémantique de ces opérations, désignons par 'J' la catégorie des entités individuelles et par 'H' la catégorie des propositions (expressions qui dénotent l'une des deux valeurs, soit le vrai, soit le faux) ; ces deux catégories constituent les types de base du système de la LPO. Les types fonctionnels des différents opérateurs sont définis comme suit :

- Opérateurs prédicatifs (prédicats, relations) : prédicats unaires (de type '**F**JH'), binaires (de type '**F**J**F**JH'), ternaires (de type '**F**J**F**J**F**JH'), … ;
- Opérateurs booléens de connexion (de type : '**F**H(**F**HH)') : *et* ; *ou* ; *si…alors* ; *ou bien… ou bien…*) ;
- Opérateurs de négation et de modalité (de type **'F**HH') : *il est faux que… / il est possible que … / il est nécessaire que…*).

Les quantificateurs simples (de généralité universelle ou d'indétermination existentielle) sont, dans la LPO, des opérateurs (de type **F**(**F**JH)H) : ils s'appliquent à des prédicats unaires pour construire des propositions ; les quantificateurs restreints s'appliquent à des propriétés (restrictives) et à des prédicats n-aires pour construire des prédicats (n-1)-aire (par exemple pour des prédicats ninaires, le type des quantificateurs restreints est **F**(**F**JH)**F(F**JH)H').

Les grammaires des langues naturelles introduisent des déterminants et des déterminations exprimées par des articles, des démonstratifs, des adjectifs et des compléments de noms (déterminants de noms), des relatives et des adverbes (déterminants de verbes ou de phrases)… ; de plus, la quantification des syntagmes nominaux est analysée par des déterminations référentielles d'objets. Or, la LPO ne contient aucun opérateur de détermination. En effet, dans les analyses effectuées à l'aide de la LPO de certaines phrases, toutes les déterminations nominales sont ramenées à des prédications (voire à des prédications secondes) en fusionnant, par exemple les catégories des noms communs, des adjectifs, des verbes intransitifs dans la seule catégorie des prédicats unaires. Comme la « logique » n'est pas réductible à la seule LPO, la plupart de ses branches sont enracinées sur un tronc commun. Ces branches sont, par exemple, les systèmes de Lesniewski et sa méréologie, les logiques paraconsistantes…, et font partie de ce qui est appelé « logiques déviantes », « logiques non classiques, « logiques alternatives » (Da Costa, 1997; Miéville, 1997; Beziau, 2000; Weingartner, 2004).

LOGIQUE COMBINATOIRE (LC) DE CURRY

Le tronc commun évoqué doit contenir une logique d'opérateurs quelconques, transformables et composables entre eux à l'aide d'opérateurs plus abstraits, à savoir la Logique Combinatoire (désormais LC) de Haskell Curry (1930; Curry et Feys, 1958; Curry, Hindley et Seldin, 1972), développée pour analyser l'origine des paradoxes et surtout pour

Traj*Ethos*, *3*(1), 29-43, 2014.
Submitted: 17/04/14; Revised: 10/07/14; Published: 03/08/14.

mieux formaliser, de façon entièrement opératoire, les opérations de substitution sans devoir faire appel à des variables liées, qui posent certains problèmes épistémologiques et de traitement formel (comme devoir renommer les variables au cours d'une substitution (Curry, 1958, pp. 1-4, p. 56; Descles et Cheong, 2006). Dans cette logique d'opérateurs, les transformations et les compositions sont effectuées, de façon intrinsèque, par des opérateurs abstraits, appelés combinateurs, indépendants de toute interprétation dans des domaines précis. Nous avons déjà donné deux exemples de combinateurs de transformation d'un opérateur binaire quelconque 'f' : '**W**' transforme 'f' en un opérateur unaire '**W**f' en dupliquant son opérande ; '**C**' transforme 'f' en un autre opérateur binaire '**C**f' en permutant les opérandes de 'f'. Donnons deux autres exemples de composition avec les combinateurs '**B**' et '**Φ**'. L'action de '**B**' (composition fonctionnelle) est caractérisée par les deux règles :

(**B** fg)x	f(gx)
---------- [élimination de **B**]	--------- [introduction de **B**]
f(gx)	(**B**fg)x

L'action de '**Φ**' (composition par intrication) est caractérisée par les règles :

(**Φ** fgh)x	f(gx)(hx)
---------- [élimination de **Φ**]	--------- [introduction de **Φ**]
f(gx)(hx)	(**Φ** fgh)x

Il est possible d'introduire différents types d'opérateurs en constituant une LC typée ; dans ce cas, un calcul attribue un schème de type fonctionnel à chaque combinateur. Si différents auteurs (Grize, 1971; 1973; Steedman, 1988; Desclés, 1981; 1990; 2004b; 2011; 2013; Desclés et Ro, 2011) ont fait appel à la logique combinatoire pour l'analyse des langues et des opérations psychologiques, c'est cependant le linguiste S. Shaumyan (1965; 1977; 1987) qui a su, le premier, reconnaître l'importance des combinateurs pour une analyse syntaxique et sémantique d'un grand nombre de constructions linguistiques (par exemple, multiples diathèses associées à un même contenu prédicatif).

LOGIQUE DE LA DÉTERMINATION DES OBJETS (LDO)

La Logique de Port Royal (Arnauld et Nicolle, 1662/1993) a associé une « étendue » et une « compréhension », ou « intension », à une « idée ». En reprenant, de façon anachronique, le langage de Frege dans son Idéographie, une idée peut être appréhendée sous la forme d'une propriété individuelle pensée alors comme une fonction d'un domaine d'objets dans l'ensemble {Vrai, Faux} (plus précisément comme un opérateur de type '**F**JH'). L'étendue associée à une propriété 'f' contient tous les objets 'x' pour lesquels 'f(x) = Vrai'. En ayant chassé la détermination de son champ d'intérêt, la LPO a réduit l'étendue de 'f' à la seule extension 'Ext(f)', partie stricte de l'étendue, elle ne considère donc que les objets « complètement déterminés » de l'extension d'une propriété. En revanche, l'étendue contient des objets « plus ou moins indéterminés », voire complètement indéterminés, désignés par des expressions nominales comme *un logicien*, construits à l'aide de l'article indéfini *un* (directement associé au nombre « un » !). Quant à l'intension 'Int(f)' d'une propriété 'f', elle comprend toutes les propriétés subsumées par 'f' ; c'est-à-dire la classe de toutes les propriétés ‘g’ que ‘f ‘ « comprend ». La LPO a ramené l’étude de l’intension à l’extension, en posant les équivalences :

$$\forall g \in Int(f) \quad <=>_{def} \quad (\forall x)\ [f(x) => g(x)] \quad <=> \quad Ext(f) \subseteq Ext(g)$$

La Logique de la détermination des objets (LDO) (Desclés, 1993; 2002; Desclés et Pascu, 2006; 2011; 2013; Pascu, 2006) vise à prendre en compte des objets plus ou moins déterminés, voire complètement indéterminés, qui vérifient une propriété donnée. Afin d’entreprendre une formalisation adéquate des représentants typiques et des représentants atypiques d’une propriété individuelle, que les études psychologiques de la catégorisation naturelle ont bien mis en évidence, et pour exprimer la quantification par des opérations de détermination (Dubois, 1991; Desclés, 1999; 2004a), il faut distinguer, dans l’intension d’une propriété donnée, une partie propre, appelée son essence. Ainsi, tous les objets, qu’ils soient complètement déterminés ou plus ou moins déterminés dans l’étendue d’une propriété, héritent de toutes les propriétés de l’essence de cette propriété, tandis que les objets typiques héritent non seulement de l’essence mais également de toutes les propriétés constitutives de l’intension. On obtient ainsi des inférences non monotones. Le formalisme de la LC typée est adéquat à la formulation des propriétés d’un certain nombre d’opérations qui entrent dans l’étude des objets, étude qui a été fortement négligée par la LPO, mais que d’autres approches plus philosophiques, comme celle de Meinong (1904; 1921/1999; Nef, 1997; 1998), ont essayé de capter. Trois opérateurs de construction : ‘$\boldsymbol{\tau}$’, ‘$\boldsymbol{\delta}$’ et ‘$\boldsymbol{\varepsilon}$’ sont introduits dans la LDO.

Le constructeur d’un objet typique, désigné par ‘$\boldsymbol{\tau}$’, associe à une propriété d’entités individuelles, un unique objet qui la représente « au mieux » en tant qu’un objet de type ‘J’. L’objet ‘$\boldsymbol{\tau}$(f)’, appelé « objet typique » de ‘f’’, est complètement indéterminé ; il tombe sous ‘f’ et hérite également de toutes les propriétés constitutives de l’intension ‘Int(f)’. Etant complètement indéterminé, cet objet typique ‘$\boldsymbol{\tau}$(f)’ appartient à l’étendue de ‘f’ mais ne fait pas partie, en général, de l’extension ‘Ext(f)’ qui, rappelons le, ne contient que des objets complètement déterminés. Prenons, à titre d’exemple, la propriété ‘être-logicien’. L’objet typique ‘$\boldsymbol{\tau}$(être-logicien)’, construit par ‘$\boldsymbol{\tau}$’, est exprimé en langue par l’expression nominale indéfinie *un logicien*, qui dénote un logicien typique, pensé comme une entité mentale, qui ne renvoie pas nécessairement à n’importe quel logicien (Desclés; 1999; 2004a; Desclés et Pascu, 2012). Il est en effet nécessaire de pouvoir distinguer les quantifications dans les deux propositions suivantes : *Un logicien est cohérent dans tous ses écrits* et *Tout logicien est aussi philosophe.* Il existe en effet des logiciens qui sont, bien que philosophes, pas toujours cohérents dans tout ce qu’ils écrivent (ce sont alors des logiciens plutôt atypiques) alors que des logiciens typiques, comme Aristote, Frege, Lesniewski, Gödel, Grize… et quelques autres, ont toujours écrit des articles parfaitement cohérents.

En introduisant les objets typiques complètement indéterminés dans la sphère de la logique, il devient naturel de chercher à les déterminer par des opérations appropriées. Pour cela, l’opérateur ‘$\boldsymbol{\delta}$’ associe à une propriété ‘h’, un opérateur de détermination ‘$\boldsymbol{\delta}$(h)’, de type ‘**F**JJ’, portant sur les objets de type ‘J’. Cet opérateur ‘$\boldsymbol{\delta}$(h)’ apporte une information référentielle à un objet qui, ainsi, devient mieux déterminé. L’objet typique ‘$\boldsymbol{\tau}$(f)’, complètement indéterminé, peut alors être déterminé par un opérateur ‘$\boldsymbol{\delta}$(h)’, associé à une propriété nouvelle (qui n'appartient donc pas à 'Int(f)'). Par des déterminations successives, il devient par conséquent possible d'engendrer des objets de mieux en mieux déterminés faisant tous partie de l'étendue associée à la propriété 'f'. Prenons, à titre d'exemple, l'expression *Un grand logicien qui a enseigné à Neuchâtel* ; elle désigne un objet 'x' qui reste encore partiellement indéterminé mais qui est cependant beaucoup mieux déterminé que l'objet typique indéterminé *un logicien*. L'objet partiellement déterminé 'x' peut renvoyer aussi bien à l'objet complètement déterminé désigné par le nom propre *Jean-Blaise Grize* qu'à l'objet désigné par l'autre nom propre *Denis Miéville*, ces deux objets appartenant tous les deux à l'extension 'Ext(être-logicien)'. Un objet complètement déterminé (exprimé, par exemple, par *Napoléon*) identifie entièrement un objet unique de l'extension (par exemple de la classe extensionnelle des hommes). Cependant, un tel objet peut encore recevoir des déterminations supplémentaires (déterminations temporelles et déterminations spatiales en particulier), sans pour autant changer sa référence (il s'agit du « même objet » de l'extension), ce qui permet de distinguer, par exemple *Napoléon, le vainqueur à Austerlitz* du *Napoléon, le vaincu de Waterloo* ou *le Napoléon du couronnement* du *Napoléon de Saint Hélène*.

Certaines déterminations peuvent conduire à la construction d'objets contradictoires, comme l'objet « un carré rond » - résultat de la construction '**δ**(être-rond)(**τ**(être-carré))' - puisque la propriété « être-rond » est incompatible avec toutes les propriétés de l'essence de la propriété « être-carré ». Cela signifie que l'objet « un carré rond » est un objet mental, représenté par un acte de pensée, mais cet objet n'acquiert pas pour autant une existence sous la forme d'un objet localisé dans l'extension 'Ext(être-carré)'. Il est donc possible, avec les opérateurs '**τ**' et '**δ**', de représenter des objets qui n'existent pas et de raisonner sur eux. Personne n'a jamais vu une licorne mais il est possible d'en parler et même de la représenter, par exemple dans « la Dame à la licorne » du musée de Cluny à Paris.

À ces deux constructeurs (d'objet typique et d'opérateur de détermination), il faut ajouter l'opérateur '**ε**' qui, lui, construit un prédicat à partir d'un objet, d'un déterminant ou même d'une propriété prédicative. C'est ainsi que nous pouvons analyser la proposition *Napoléon est Napoléon* non comme le résultat d'une simple identification (*[Napoléon = Napoléon]), mais comme le résultat de la construction suivante '(**ε**(être-Napoléon))(Napoléon)', qui signifie que l'objet désigné par *Napoléon* a toutes, et rien que, les propriétés qui caractérisent l'objet individuel désigné par *Napoléon*. Dans le même esprit, la proposition *Un homme est un homme* - '(**ε**(être-homme))(**τ**(être-homme))' - signifie que « un homme typique a toutes les propriétés, et rien que les propriétés, qui constituent l'intension de la propriété 'être-homme' ».

En axiomatisant les propriétés formelles des trois opérateurs '**τ**', '**δ**' et '**ε**' et leurs inter-relations, la LDO précise les règles d'inférence qui gouvernent l'héritage des propriétés des objets (typiques ou atypiques, plus ou moins déterminés) de l'étendue d'une propriété qui est caractérisée maintenant par la donnée de son intension et de son essence. L'objet typique d'une propriété engendre une étendue structurée par diverses relations de détermination et une extension (quand elle existe). En permettant, entre autres, d'évoquer des objets mentaux plus ou moins déterminés et de représenter des objets susceptibles de ne pas exister, la LDO repousse ainsi considérablement les frontières de l'espace logique à l'intérieur duquel la logique classique (LPO) s'est enfermée...

Traj*Ethos*, *3*(1), 29-43, 2014.
Submitted: 17/04/14; Revised: 10/07/14; Published: 03/08/14.

LES OBJETS DANS LA LOGIQUE NATURELLE

La logique naturelle manipule des objets mais ses objets ne sont pas uniquement des objets individuels (donc de type 'J') et des classes distributives (par exemple l'étendue d'une propriété) ; elle opère également avec des objets-classes de la méréologie de Lesniewski. Si la logique naturelle devrait pouvoir bénéficier des outils formels de la LDO (les opérateurs 'τ', 'δ' et 'ε', les objets et les classes qu'ils construisent), la LDO gagnerait, de son côté, à se complexifier en y intégrant des opérateurs constructeurs des objets-classes dont les expressions linguistiques sont des « objets discursifs » qui s'enrichissent au fur et à mesure. Ainsi, les opérateurs de détermination (au sens de la LDO) qui contribuent à mieux déterminer un objet déjà construit (individuel et, par généralisation, une objet-classe), sont manifestement des opérateurs de la logique naturelle. Par ailleurs, la détermination, au sens de la logique naturelle, est clairement une opération d'application, structurée par la logique combinatoire, d'un opérateur (un prédicat du couple prédicatif) à un opérande (un objet-classe) pour construire un résultat (un contenu de pensée ou une proposition non encore assertée de type 'H') :

« *Une détermination est l'application de l'un des termes du couple prédicatif à l'objet considéré. (…) Ainsi, de l'objet composé « le bord de l'image », il est possible de le dire flou ou pas flou. (…) Ceci conduit à introduire une opération binaire d qui, appliquée à une classe-objet et à un couple prédicatif fournit un contenu de jugement. Dans l'exemple ci-dessus, on a : (le bord de l'image, +/- être flou) = que le bord de l'image être flou.*» (Grize, 1997, p. 69).

Le symbole d employé ci-dessus ne désigne évidemment pas le symbole 'δ' de la LDO. Par ailleurs, la logique sous-jacente à la théorie de l'énonciation, formalisée dans le cadre de la Logique Combinatoire (LC), dans le modèle de la Grammaire Applicative, Cognitive et Énonciative – GRACE (Desclés, 1997a; 2004b; 2009a; 2011; 2013; 2014; Desclés et Ro, 2011), permet de détailler les opérations notées 's' de la logique naturelle :

« *On peut dire dès lors qu'un énoncé est le résulta de la prise en charge d'un contenu de jugement (d'une détermination) par un sujet énonciateur, à l'aide d'une polyopération que nous avons notée s.* » (Grize, 1997, p. 70).

Les opérations énonciatives expriment un contenu de jugement (une « lexis », selon Culioli, ou une relation prédicative construite ou encore un *dictum*, selon la décomposition de l'énoncé en *modus*/*dictum* de Charles Bally [1932/1956]) qui est pris en charge par un énonciateur 'JE'. Le modèle de la GRACE vise à décrire et à articuler les opérateurs prédicatifs et de détermination des termes nominaux avec les différents opérateurs de prise en charge énonciative, incluant les opérateurs aspectuels, modaux et temporels (Desclés, 2009a; 2009b; 2013; 2014; Desclés et Guentcheva; 2000; 2011a, 2012). Ces opérateurs énonciatifs sont composés entre eux par des combinateurs de la LC pour former un opérateur complexe, constitutif du *modus* de Bally, afin que ce *modus* soit appliqué au *dictum* et construise ainsi une représentation métalinguistique d'un énoncé empirique et s'oppose aux énoncés construits sur le même contenu prédicatif.

UN CONSTAT ET UNE CONCLUSION

Les programmes de recherche de la logique naturelle, de la théorie des opérations énonciatives et de la Grammaire Applicative, Cognitive et Énonciative sont manifestement convergents. Les formalismes applicatifs, les types fonctionnels de Church et les compositions d'opérateurs de la Logique Combinatoire ainsi que les schèmes topologiques (dont nous n'avons pas parlé ici) intégrés sous forme d'expressions applicatives sont des outils communs pour une analyse formelle de l'analyse discursive. Il faut cependant y adjoindre l'apport important de la théorie linguistico-cognitive de Bernard Pottier (2000; 2012; Desclés, 1990; 1997b; 2011; 2013; Desclés et Guentcheva, 2011b) et des généralisations du « trimorphe » pour progresser dans la compréhension des différents schèmes interprétatifs que l'activité de langage met également en jeu par le biais de représentations figuratives théorisées (diagrammes, images…). Il serait grandement intéressant de cultiver systématiquement cette complémentarité des approches.

Le Professeur Jean-Blaise Grize, par ses enseignements, par ses écrits, par sa personnalité scientifique et humaine, par son ouverture intellectuelle, toujours curieuse, a su tracer, dans la forêt touffue des phénomènes complexes du langage et de sa logique sous-jacente, des chemins nouveaux en jetant, en même temps, de solides passerelles au dessus des frontières qui isolent les jardins disciplinaires. A son exemple, il faut encore poursuivre l'exploration de ces chemins et continuer à renforcer les passerelles interdisciplinaires.

NOTES

[1] Husserl (1901/1993), Lesniewski (1929), Ajdukiewiz (1935), Curry (1934), Bar-Hillel (1950), Lambek (1961), Shaumyan (1965), Grize (1971), Montague (1974), Harris (1976; 1982), Mieville (1984), Oehrle et al. (1998), Steedman (1988), Moorgat (1989), Desclés (1990), Desclés, et Segond (1992), Biskri (1995), Descles, et Biskri (1995), Godart-Wenling (2002), Gessier (2005), Rivenc, et Sandu (2009)…
[2] Curry (1930); Church (1940) ; Curry & Feys (1958 : 262-266 ; 273-276) ; Descles (1990, 1997 B, 2009 B); Rivenc & Sandu (2009 : 61-62).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Ajdukiewicz K. (1935). Die Syntaktische Konnexität. *Studia Philosophica*, *1*, 1-27.

Arnauld, A., & Nicolle, P. (1993). *La logique ou l'art de penser*. Paris : Vrin. [Oeuvre originale publiée en 1662].

Auroux, S. (1999). *La logique des idées (analytiques)*. Montréal-Paris : Bellarmin-Vrin.

Bally, C. (1965). *Linguistique générale et linguistique française*. Berne : Franke. [Oeuvre originale publiée en 1935].

Bar-Hillel Y. (1950). On Syntactical Categories. *The Journal of Symbolic Logic*, *15*, 1-16.

Beziau, J.-Y (2000). What Is Paraconsistant Logic? In D. Batens, C. Mortenson, G. Priest, & J. P. van Bendegem (Éds.), *Frontiers of Paraconsistant Logic (*pp. 95-111). Baldock: Research Studies Press.

Biskri, I. (1995). *La grammaire catégorielle combinatoire applicative dans le cadre de la grammaire applicative et cognitive.* Thèse de doctorat. Paris : École des Hautes Études en Sciences Sociales.

Church, A. (1940). A Formalization of the Simple Theory of Types. *Journal Of Symbolic Logic 5*, 56-68.

Culioli, A. (1990). *Pour une linguistique de l'énonciation. Opérations et représentations*. Tome 1. Paris : Ophrys.

Culioli, A. (1992). *La théorie d'Antoine Culioli. Ouvertures et incidences*. Paris : Ophrys.

Culioli, A. (1999). *Pour une linguistique de l'énonciation. Formalisation et opérations de repérage*. Tome 2 et 3. Paris : Ophrys.

Culioli, A. (2002). *Variations sur la linguistique*. Paris : Klincksieck.

Culioli, A., Desclés, J.-P., Kaboré, R., & Kouloughli, D. E. (1981) *Systèmes de représentations linguistiques et métalinguistiques. Les catégories grammaticales et le problème de la description de langues peu étudiées*. Rapport présenté à l'UNESCO. Collection ERA 642. Paris : Université de Paris 7.

Curry, H. (1930). Grundlagen der Kombinatorischen Logik. *American Journal of Mathemathics*, *52*. 509-536; 789-834.

Curry, H. (1934). Functionality in Combinatory Logic. In *Proceedings of the National Academy of Sciences USA, 20*, 584-590.

Curry, H., & Feys, R. (1958) *Combinatory Logic*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Curry, H., Hinley, J.R., & Seldin, J.P. (1972). *Combinatory Logic*. Volume II. Amsterdam : North-Holland Publishing Company.

Da Costa Newton, C. A. (1997) *Logiques classiques et non classiques. Essais sur les fondements de la logique*. Paris : Masson.

Desclés, J.-P. (1981). De la notion d'opération à celle d'opérateur ou à la recherche de formalismes Intrinsèques. *Mathématiques et sciences humaines*, *76*, 1-32.

Desclés, J.-P. (1990). *Langages applicatifs, langues naturelles et cognition*. Paris : Hermès.

Desclés, J.-P. (1993). Dialogue sur la typicalité. In D. E. Sabah, *Modèles et concepts pour la science cognitive. Hommage à Jean-François Le Ny* (pp. 139-163). Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

Desclés, J.-P. (1997a). Logique combinatoire, types, preuves et langage naturel. *Travaux de logique. Introduction aux logiques non classiques, 11*, 91-160.

Desclés, J.-P. (1997b). Schèmes, notions, prédicats et termes. In D. Miéville, & A. Berrendonner (Éds.). *Logique, discours et pensée. Mélanges offerts à Jean Blaise Grize* (pp. 9-36). Berne : Peter Lang.

Desclés, J.-P. (1999). Opérations de qualification et de quantification dans les langues naturelles. In A. Deschamps, J. Guillemin-Flescher. Les *opérations de détermination, quantification/qualification* (pp.13-44). Paris : Ophrys.

Desclés, J.-P. (2002). Categorization : A Logical Approach of a Cognitive Problem. *Journal of Cognitive Science*, *3*(2), 85-137.

Desclés, J.-P. (2004a). Une analyse non frégéenne de la quantification. In P. Joray (Éd.). *La quantification dans le logique moderne* (pp. 263-312). Paris : L'Harmathan.

Desclés, J.-P. (2004b). Combinatory Logic, Language, and Cognitive Representations. In P. Weingartner (Ed.). *Alternative Logics. Do Sciences Need Them?* (pp. 115-148). New York (NY): Springer Verlag.

Desclés, J.-P. (2009a). Prise en charge, engagement et désengagement. *Langue française, 162*(2), 29-53.

Desclés, J.-P. (2009b). Le concept d'opérateur en linguistique. *Histoire, épistémologie, langage*, *31*(1), 75-98.

Desclés, J.-P. (2011). Une articulation entre syntaxe et sémantique cognitive : la grammaire applicative et cognitive. In *Mémoires de la société de linguistique de Paris. L'architecture des théories linguistiques, les modules et leurs interfaces.* Tome XX. (pp.115-153). Leuven : Peeters.

Desclés, J.-P. (2013). Intersémiotique et langues naturelles. *Signata 4. Annales des sémiotiques* (pp. 177-226). Liège : Presses Universitaires de Liège.

Desclés, J.-P., & Biskri, I. (1995). Logique combinatoire et linguistique : grammaire catégorielle combinatoire applicative. *Mathématiques, informatique et sciences humaines*, *32*, 39-68.

Desclés, J.-P., & Cheong, K.-S. (2006). Analyse critique de la notion de variable. *Mathématiques et sciences humaines*, *173*(1), 43-102.

Desclés, J. P., & Guentcheva, Z. (2000). Locuteur, énonciateur, médiateur dans l'activité dialogique. In Monod-Becquelin, A. & Erikson. P. (Éds.), *Les rituels du dialogue*, Société d'ethnologie (pp. 79-112). Paris : Nanterre.

Desclés, J. P., & Guentcheva, Z. (2011a). Référentiels aspecto-temporels: une approche formelle et cognitive appliqué au français. *Bulletin de la Société de linguistique de Paris, 56*(1), 95-127.

Desclés, J. P., & Guentcheva, Z. (2011b). Trimorphe et topologie. In A. Ouattara (Éd.). *La linguistique de Bernard Pottier. Bilan, critiques, perspectives* (pp. 218-252). Reims : Presses Universitaires de Reims.

Desclés, J. P., & Guentcheva, Z. (2012). Universals and Typology. Chapitre 4. In R. I. Binnick (Éd.). *The Oxford Handbook of Tense and Aspect* (pp. 123-154). Oxford: Oxford University Press.

Desclés, J. P., & Guibert, G. (2011). *Le dialogue, fonction première du langage. Analyse énonciative de textes*. Paris : Honoré Champion.

Desclés, J. P., & Pascu, P. (2006). Logic of Determination of Objects : The Meaning of Variable in Quantification. *Artificial Intelligence Tools, Architectures, Languages, Algorithms*, *15*(6), 1041-1052.

Desclés, J. P., & Pascu, P. (2011). Logic of Determination of Objects (LDO): How To Articulate « Extension » With « Intension » and « Objects » with « Concepts ». *Logica Universalis, 5*, 75-89.

Desclés, J. P., & Pascu, P. (2012). The Cube Generalizing Aristotle's Square in Logic of Determination of Objects (LDO). In J.-Y. Beziau, & D. Jaquette (Éds.). *Around and Beyond* *the Square of Oppositions* (pp. 277-291). New York (NY): Springer Science and Business Media.

Desclés, J. P., & Ro, H. (2011). Opérateurs aspectuels et logique combinatoire. *Mathématiques et sciences humaines*, *194*, 39-70.

Desclés, J. P., & Segond, F. (1992). Topicalization Categorial Analysis and Applicative Grammar. In A. Lecomte (Éd.), *Word Order in Categorial Grammar* (pp. 13-37). Clermont-Ferrand : Adosa.

Dubois, D. (1991). *Sémantique et cognition : catégories, prototypes, typicalité*. Éditions du CNRS : Paris.

Ducard, D., & Normand, C. (Éds.). (2006). *Antoine Culioli. Un homme dans le langage. Colloque de Cerisy*. Paris : Ophrys.

Frege, G. *Grundgesetze Der Arithmetik*, (1967). *The Basic Laws of Arithmetic, exposition of a System.* Ewing (NJ): University Of California Press. [Oeuvre originale publiée en 1893].

Gessier, N. (2005). Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski. Fascicule I. La Méréologie. *Travaux de Logique*. Centre de recherches sémiologiques de l'Université de Neuchâtel : Neuchâtel.

Godart-Wendling, B. (Éd.) (2002). Les grammaires catégorielles. *Langages*, 148.

Grize, J.-B. (1971). Quelques problèmes logico-linguistiques. *Mathématiques et sciences humaines*, *35*, 43-50.

Grize, J.-B. (1973). *Logique moderne. Fascicule III*. Paris : Gauthier Villars.

Grize, J.-B. (Éd.) (1984). *Sémiologie du raisonnement*. Berne : Peter Lang.

Grize, J.-B. (1992). Linguistique de l'énonciation et logique naturelle. In *La théorie d'Antoine Culioli. Ouvertures et incidences* (pp. 61-72). Paris : Ophrys.

Grize, J.-B. (1997). *Logique et Langage*. Paris : Ophys.

Grize, J.-B. (2006). Métalinguistique et/ou métalogique. In D. Ducard, & C. Normand (Éd.) *Antoine Culioli, un homme dans le langage*. (pp. 33-40). Paris : Ophrys,

Harris, Z. (1976) *Notes du cours de syntaxe*. Paris : Éditions du Seuil.

Harris, Z. (1982). *A Grammar of English on Mathematical Principles*. New York (NY): John Wiley & Sons.

Husserl, E. (1993). *Logische Untersuchungen*, IV. Tübingen: Max Niemeyer Verlag. [Oeuvre originale publiée en 1901].

Lambek, J. (1961). On the Calculus of Syntactic Types. In R. Jakobson. *Structures of Language and its Mathematical Aspects*, *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics,* (pp. 166-178). Providence (RI): American Mathematical Society.

Lesniewski, S. (1929). Grundzüge Eines Neues System der Grundlagen der Mathematik. *Fundamenta Mathematica*, *14*.

Meinong, A. (1999), *Théorie de l'objet et présentation personnelle*. Paris : Vrin. [Oeuvre originale publiée en 1904 et 1921]

Miéville, D. (1984a). Logique naturelle et méréologie. In J.B. Grize (Éd.). *Sémiologie du raisonnement*, (pp. 211-239). Berne : Peter Lang.

Miéville, D. (1984b). *Un développement des systèmes de Stanislas Lesniewski : protothétique, ontologie, méréologie*. Berne : Peter Lang.

Miéville, D. (Éd.) (1997). *Introduction aux logiques non classiques*. *Travaux De Logique*. Centre de recherches sémiologiques de l'Université de Neuchâtel : Neuchâtel.

Miéville, D. (2001-2004). *Introduction à l'œuvre de S. Lesniewski*. *Fascicule I : La Protothétique* . *Fascicule II, L'ontologie*. *Travaux de Logique*. Centre de recherches sémiologiques de l'Université de Neuchâtel : Neuchâtel.

D. Miéville, & A. Berrendonner (Éds.) (1997). *Logique, discours et pensée. Mélanges offerts à Jean Blaise Grize*, Berne : Peter Lang.

Montague, R. (1974). *Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montrague*. New Haven (CT): Yale University Press.

Moorgat, M. (1989) *Categorial Investigation. Logical and Linguistic Aspects of the Lambek Calculus*. Dordrecht: Foris.

Nef, F. (1995). Des variables aux objets arbitraires. *Travaux du Centre de recherches sémiologiques*. *Raisonnement et calcul*, 63, 149-159.

Nef, F. (1998). *L'objet quelconque. Recherche sur l'ontologie de l'objet*. Paris : Vrin.

Oehrle, R. T., Bach, E, & Wheeler, D. (1988). *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Pascu, A. (2006). *Les objets dans la représentation des connaissances. Application aux processus de catégorisation en informatique et dans les sciences humaines*. Dossier d'Habilitation à Diriger des Recherches. Paris : Université de Paris-Sorbonne.

Pottier, B. (2000). *Représentations mentales et catégorisations linguistiques*. Louvain-Paris : Editions Peeters.

Pottier, B. (2012). *Images et modèles en sémantique*. Paris : Honoré Champion.

Rivenc, F., & Sandu, G. (2009). *Entre logique et langage*. Paris : Vrin.

Shaumyan, S. K. (1971). *Principles of Structural Linguistics*. The Hague-Paris : Mouton. [Œuvre originale publiée en 1965].

Shaumyan, S. K. (1977). *Applicationnal Grammar as a Semantic Theory of Natural Languages*. Chicago: Chicago University Press.

Shaumyan, S. K. (1987). *A Semiotic Theory of Language*. Bloomington: Indiana University Press.

Steedman, M. (1988). Combinators and Grammars. In Oerhle, R. T., Bach, E., & Wheeler, D. *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. (pp. 207-263). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Weingartner, P. (2004). *Alternative Logics. Do Sciences Need Them?* Berlin-Heidelberg: Springer Verlag.

Submitted: 17/04/14; Revised: 10/07/14; Published: 03/08/14.